

Artículo de investigación

El modelo binomial, ahorros fiscales y valor ajustado de la firma por escenarios de continuidad o disolución

Gastón Silverio Milanesi

Investigador y profesor titular, Departamento Ciencias de la Administración, Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca, Argentina.

milanesi@uns.edu.ar

Resumen

El descuento de flujos de fondo, en su versión tradicional, no incorpora valores contingentes de ahorros fiscales y los escenarios de continuidad o liquidación a los que se enfrenta la firma. El presente trabajo desarrolla, desde la teoría de opciones reales, un modelo binomial de valoración que incorpora el tratamiento contingente de los ahorros fiscales y los escenarios de disolución o continuidad, condicionados por el grado de endeudamiento. Para esto, se utilizó el enfoque metodológico del estudio de casos, exponiendo relaciones funcionales y ventajas respecto del descuento de flujos de fondos. Los resultados indican que el valor de la firma se ajusta a una función del tipo exponencial. El valor actual obtenido resume ahorros fiscales contingentes y escenarios de liquidación o continuidad.

Palabras clave: modelo binomial, ahorros fiscales, liquidación, continuidad, valor ajustado.

The binomial model, tax savings and adjusted value of the firm by scenarios of continuity or dissolution

Abstract

The traditional version of the discounted cash flow model does not include contingent values of tax savings and the scenarios of continuity or dissolution that the firm faces. Based on the real options theory, this paper develops a binomial valuation model that includes the contingent treatment for tax savings and the continuity or dissolution scenarios, conditioned by the level of indebtedness. In order to accomplish this, the methodological approach of case study was used, exposing functional relationships and advantages concerning the discounted cash flow. The results indicate that the value of the firm is adjusted to an exponential-type function. The current value obtained resumes contingent tax savings and dissolution or continuity scenarios.

Keywords: binomial model, tax savings, liquidation, continuity, adjusted value.

O modelo binomial, poupança fiscal e valor ajustado da empresa por cenários de continuidade ou dissolução

Resumo

O desconto dos fluxos de fundos, em sua versão tradicional, não incorpora valores contingentes de poupança fiscal e nem os cenários de continuidade ou liquidação que a empresa enfrenta. O presente trabalho desenvolve, a partir da teoria das opções reais, um modelo de avaliação binomial que incorpora o tratamento contingente da poupança fiscal e os cenários de dissolução ou continuidade, condicionados pelo grau de endividamento. Para tanto, utilizou-se a abordagem metodológica do estudo de caso, expondo relações funcionais e vantagens quanto ao desconto de fluxos de caixa. Os resultados indicam que o valor da empresa é ajustado para uma função do tipo exponencial. O valor atual obtido resume a poupança fiscal contingente e os cenários de liquidação ou continuidade.

Palavras-chave: modelo binomial, poupança fiscal, liquidação, continuidade, valor ajustado.

* Autor para dirigir correspondencia. Dirigir a: San Andrés 800 Campus Universitario Palihue, Departamento Ciencias de la Administración, Universidad Nacional del Sur, 8000 Bahía Blanca, Buenos Aires, Argentina.

Clasificación JEL: G13, G32, G33.

Cómo citar: Milanesi, G.S. (2019). El modelo binomial, ahorros fiscales y valor ajustado de la firma por escenarios de continuidad o disolución. *Estudios Gerenciales*, 35(150), 47-58. <https://doi.org/10.18046/j.estger.2019.150.2903>

DOI: <https://doi.org/10.18046/j.estger.2019.150.2903>

Recibido: 12-abr-2018

Aceptado: 26-feb-2019

Publicado: 29-mar-2019

1. Introducción

El modelo de descuento de flujos de fondos es uno de los métodos de mayor difusión y uso en la valuación de empresas. Presenta diferentes variantes según el tratamiento otorgado al costo del capital y la manera en que son exteriorizados los ahorros fiscales, a saber: a) Costo Capital Promedio Ponderado (CCPP, o WACC por su sigla en inglés *Weighted Average Cost of Capital*), b) flujos de fondos a capital, y c) valor presente ajustado (APV, por su sigla en inglés *Adjusted Present Value*) (Ruback, 2002; Damodaran, 2006; Booth, 2007; Fernández, 2014). En su versión tradicional, el descuento de flujo de fondos presenta cuestiones controvertidas, especialmente el tratamiento de los ahorros fiscales producto del uso de la deuda financiera y el impacto que tienen en el valor de la firma el apalancamiento financiero y los escenarios contingentes de continuidad o liquidación. El modelo de descuento de flujos de fondos explica el valor de la empresa de una manera sencilla pero poco realista, a partir de una relación funcional lineal originada por ahorros fiscales positivos y flujos de fondos esperados promedios, estos últimos resumiendo potenciales escenarios de la empresa.

Estimar el valor actual de los ahorros fiscales proyectados sobre una base determinística, tiene poco que ver con la realidad de los negocios, ya que su existencia se encuentra condicionada por: a) resultados imponibles positivos, b) impuesto operativo a las ganancias mayor o igual que el valor de los ahorros fiscales, c) intangibilidad o variabilidad de las normas tributarias. Asimismo, para la estimación del valor intrínseco de la firma y el capital propio, el modelo debe reformularse e incorporar los escenarios contingentes de continuidad y liquidación. Los escenarios son: (a) flujos de fondos libres superiores a los pagos de deuda, su consecuencia es la continuidad de la firma, (b) insuficiencia de flujos de fondos libres, que deriva en la liquidación automática de la empresa y cancelación de los pasivos con los activos disponibles, descontados los costos de quiebra.

Atendiendo a las consideraciones precedentes, este trabajo desarrolla un modelo de valuación de la firma y el capital propio, incorporando la naturaleza contingente de los ahorros fiscales condicionados a los potenciales escenarios de continuidad y liquidación de la firma. Para ello se propone valorar ahorros fiscales asemejando sus flujos a una cartera de opciones, siguiendo el modelo propuesto por Velez Pareja (2016). En relación a la incorporación de los escenarios contingentes, son adaptados los modelos binomiales contenidos en los trabajos de Broadie y Kaya (2007) y Milanesi (2014). La lógica de estos trabajos reside en el clásico concepto de considerar el valor del patrimonio neto como una opción de compra, pero a diferencia de las publicaciones indicadas y para presentar un marco coherente con el tratamiento de los ahorros fiscales, se supone que el valor de la firma sigue un proceso estocástico geométrico browniano (Brandao, Dyer y Hahn, 2005; Smith, 2005), mientras que los resultados operativos antes de impuestos son explicados por un proceso estocástico aritmético browniano.

En lo que resta del documento, la estructura del trabajo es la siguiente: en la sección dos se presenta el marco teórico en donde se exponen el conjunto de ecuaciones destinadas a cuantificar el valor del ahorro fiscal asimilado a una cartera de opciones, y el modelo binomial de valuación condicionado a resultados de liquidación. La tercera sección desarrolla el abordaje metodológico y, a continuación, se presentan los principales resultados. Se utilizó el análisis de sensibilidad para diferentes niveles de apalancamiento financiero con el fin de comparar los resultados obtenidos entre el modelo tradicional y el desarrollo propuesto. Finalmente, se presentan las principales conclusiones.

2. Marco teórico: modelo binomial de valuación en estados contingentes

En esta sección se procederá a derivar y exponer el conjunto de ecuaciones que explican las relaciones contingentes entre valor, ahorros fiscales y efectos del endeudamiento frente a escenarios de insolvencia y continuidad de la empresa. A partir de lo anterior, se conforma la propuesta para la determinación del valor de la empresa y el patrimonio neto frente a escenarios contingentes.

2.1. El valor actual del ahorro fiscal como una cartera de opciones

Tradicionalmente, el valor del ahorro fiscal para un periodo se estima de la siguiente manera.

$$V_T^{AF} = IF \times \tau \quad (1)$$

Donde IF representa la magnitud de intereses financieros computables y τ la alícuota marginal del impuesto. El valor actual de los sucesivos ahorros fiscales es igual a

$$VA(V_T^{AF}) = \frac{IF \times \tau}{r} \quad (2)$$

La ecuación (2) plantea uno de los principales focos de debate entre los académicos y practicantes. En este caso, r es la tasa a la cual son actualizadas las corrientes futuras de ahorros fiscales. Ahora bien, la doctrina ha desarrollado un importante debate relativo a que tasa de actualización debe ser utilizada, el cual a continuación será sintetizado. Existen dos posiciones extremas: a) Modigliani y Miller (1963) proponen actualizar los ahorros fiscales a la tasa libre de riesgo, b) Miles y Ezzell (1980, 1985) proponen actualizar los ahorros en el primer año al costo de la deuda y los años subsiguientes a las tasa del costo del capital para una firma desapalancada k_u . También hay autores con posturas eclécticas entre las posiciones extremas indicadas, entre ellos Taggart (1991), Inselbag y Kaufold (1997), Tham y Wonder (2001), Tham y Velez Pareja (2001), Tham y Wonder (2002), Booth (2002), Farber, Gillet y Szafarz (2006), Cooper y Nyborg (2006), Oded y Michel (2007), Velez Pareja (2016). Los anteriores consideran que el valor de los aho-

rros fiscales es condicionado por la estructura objetivo de capital de la firma, entendiendo por estructura objetivo al mantenimiento de un ratio de mercado en relación al valor de la deuda (posición b) (Miles y Ezzell, 1980, 1985); o en otro extremo, mantener un valor actual fijo de deuda (posición a) (Modigliani y Miller, 1963).

Una tercera posición es la que plantea Fernández (2014). Este autor sostiene que las posiciones anteriores son apropiadas para firmas irreales, ya que la primera se emplea en el caso de empresas con un valor actual de deuda fijo y la segunda cuando el valor de la deuda se calcula como un múltiplo del valor de mercado del patrimonio de la firma. Su posición reside en calcular un valor intermedio de estructura de capital objetivo a partir de ratios de endeudamiento calculados a valor de libros. Se apoya en la evidencia encontrada en trabajos empíricos donde el ratio de endeudamiento a valor de libros se mantiene constante, igual que su ratio de endeudamiento a valores de mercado. Esto hace que tenga mayor sentido caracterizar estructuras de capital en el largo plazo a partir de valores de libros fijos, en lugar de valores de mercado. En palabras de Copeland, Koller y Murrin (2000, p.482) "la literatura financiera no provee una clara respuesta en relación a cuál tasa de descuento para los ahorros fiscales de intereses es la teóricamente correcta".

Siguiendo a Vélez Pareja (2016), se propone desarrollar e incorporar en el modelo de valuación la determinación del valor del ahorro fiscal aplicando la teoría de opciones, a partir del modelo binomial. Sus ventajas consisten en considerar en la determinación de los ahorros fiscales los estados contingentes. Además, evita el debate respecto de la tasa de actualización a ser utilizada, ya que en el enfoque de opciones el riesgo es tratado en los flujos de fondos, reservándose la tasa libre de riesgo simplemente para reflejar el valor tiempo del dinero.

Con tasas de deuda fijas y legislación tributaria estable, la única fuente de riesgo está dada por la variabilidad de los resultados. Entonces, los ahorros fiscales dependen de: a) resultados operativos positivos ($EBIT$), b) resultados mayores o iguales al valor del ahorro fiscal, en caso contrario, su deducción tiene como techo el valor de la ganancia operativa imponible. Los escenarios contingentes indicados se expresan a continuación:

$$AF = \begin{cases} EBIT < 0; (0) \\ 0 < EBIT + OI < IF; (EBIT) \times \tau \\ EBIT \geq IF; (IF) \times \tau \end{cases} \quad (3)$$

De esta forma, las ecuaciones 1 y 2 serán correctas siempre y cuando se verifique las condiciones a) y b), sujeto a que los riesgos fiscales sean replicados por los precios de los activos financieros negociados en el mercado de capitales. No obstante, las situaciones contingentes de indicadas en la ecuación 3, son abordadas por la teoría de opciones reales. En este sentido, el valor de los ahorros fiscales se asemeja a una cartera de opciones, la cual se encuentra constituida por una posición larga y corta correspondiente

a una opción de compra americana, conocida como estrategia de *caps* (techos). En esta cartera, el subyacente lo constituye la base imponible del impuesto, es decir, los resultados operativos $S_t = EBIT_t$. Por lo tanto, el valor del ahorro fiscal es igual a la suma algebraica entre el valor de una posición larga en un *call* americano $C(0)_t$, con precio de ejercicio $X = 0$ y una posición corta sobre un *call* $C(IF)_t$ con ejercicio igual al ahorro fiscal computable $X = IF \times \tau$. La idea intuitiva reside en suponer que la empresa ejerce el *call* siempre que los resultados sean mayores que cero (condición a, ecuación 3). La posición corta actúa como un techo igual al valor del ahorro fiscal en el caso que los resultados sean mayores que los intereses (condición b, ecuación 3). Las canastas de opciones son del tipo americano, ya que son ejercidas periódicamente al cierre del ejercicio fiscal.

Por lo tanto, los flujos de fondos asociados a los valores terminales (T) de la cartera surgen de las siguientes condiciones:

- Flujo 1: no ejercicio, inexistencia de ahorro fiscal: $EBIT < 0; (0)$.
- Flujo 2: ejercicio de la opción valor de la opción impuesto operativo a las ganancias: $C(0)_T = \max(EBIT \times \tau; 0)$. El ejercicio de la posición larga va desde $0 < EBIT < IF$; $(EBIT) \times \tau$ hasta infinito.
- Flujo 3: venta de la opción de compra (ahorro fiscal): $C(IF)_T = \min((EBIT) \times \tau; (IF) \times \tau)$. El ejercicio de la posición se activa desde $EBIT + OI \geq IF$; $(IF) \times \tau$ con el techo pertinente.

El valor de la cartera es la diferencia entre el impuesto a las ganancias proyectado calculado sobre el resultado operativo, y el impuesto a las ganancias calculado sobre el resultado neto de intereses, condicionado a los flujos y ejercicios precedentes $C(AF)_T = C(0)_T - C(IF)_T$. La expresión sintética correspondiente al valor terminal de la opción es:

$$C(AF)_T = \min \{ \max(EBIT) \times \tau; 0 \}; (IF) \times \tau \quad (4)$$

En la proyección del $EBIT$, al suponer valores positivos como negativos, es empleado el proceso aritmético browniano¹. Seguidamente es aplicado el clásico modelo binomial (Cox, Ross y Rubinstein, 1979)². Para ello es importante definir para todo periodo $t = 1 \dots T$ y nodo (i, j) de la rejilla binomial, la expresión correspondiente al valor actual de los ahorros fiscales, así:

$$V_{(T-t)}^A F = C(0)_{(T-t)} - C(IF)_{(T-t)} + V_{(T-t+1)}^A e^{-rf} \quad (5)$$

¹ En el presente trabajo, por cuestiones de simplicidad, se supone un proceso del tipo *browniano* ya que el principal objetivo del trabajo es analizar la cuestión de valorar los ahorros fiscales. El modelo es perfectamente adaptable a otros tipos de procesos estocásticos, por ejemplo, de Poisson, con reversión positiva y negativa a la media (León, Mencia, y Sentaria, 2007), (Guimaraes Dias, 2015). Inclusive, incorporar momentos estocásticos de orden superior (asimetría y curtosis) para su proyección (Rubinstein, 1998; Milanesi, 2013).

² Existen varias ramificaciones del modelo binomial, relativa a la especificación de sus parámetros (Chance, 2007). En línea con la nota precedente, no es objeto del presente trabajo abordar dicho tema, por cuestiones de simplicidad se utiliza el clásico modelo binomial.

Donde el término $V_{T-t}^A e^{-rt}$ representa el valor del ahorro fiscal del periodo $T-t+1$ actualizado a la tasa libre de riesgo.

En cada nodo del instante T se supone continuidad y determinismo en el valor del ahorro fiscal estimado, a partir de la ecuación 4. Entre el intervalo de tiempo de los nodos $T-t$, el valor del ahorro fiscal se integra con el valor de la opción $C(AF)_{T-t}$, y el valor actual de los ahorros fiscales esperados en $T-t+1$ para (i,j) $V_{T-t+1}^{AF} e^{-rt}$. Empleando probabilidades neutrales al riesgo³ en cada nodo (i,j) de la rejilla, se determina el ahorro fiscal con la lógica de un *cap* americano, en este caso, con techo igual a $IF \times \tau$,

$$V_{T-t}^{AF} = p \times (V_{T-t+1}^{AF} \times e^{-rt}) + (1-p) \times (V_{T-t+1}^{AF} \times e^{-rt}) + C(0)_{T-t(i,j)} - C(IF)_{T-t(i,j)} \quad (6)$$

Si se procede a notar a la cartera de opciones como $C(AF)_{T-t(i,j)} = C(0)_{T-t(i)} - C(IF)_{T-t(i,j)}$, la expresión queda planteada de la siguiente manera:

$$V_{T-t}^{AF} = C(AF)_{T-t(i,j)} + p \times (V_{T-t+1}^{AF} \times e^{-rt}) + (1-p) \times (V_{T-t+1}^{AF} \times e^{-rt}) \quad (7)$$

2.2. El modelo binomial, posibilidades de liquidación y el valor del ahorro fiscal

En esta sección se integran las ecuaciones empleadas para estimar el valor del ahorro fiscal al modelo binomial de valuación, con posibilidades de liquidación o continuidad (Broadie y Kaya, 2007; Milanesi, 2014), como propuesta integradora para estimar un valor de empresa, condicionado a la naturaleza contingente de las variables analizadas.

En este caso se supone que los flujos de fondos proyectados residuales deben ser suficientes para atender los pagos de deuda, en su defecto se procede a cancelar los intereses de la deuda y se procede a liquidar el patrimonio neto. Consecuentemente, el valor de la firma es el valor actual del *EBIT*, condicionado a los escenarios de liquidación y valor actual de los ahorros fiscales futuros. Por lo tanto, el valor del patrimonio de los propietarios es el valor actual de los flujos residuales incorporando los contingentes escenarios de liquidación y valor actual de los ahorros fiscales futuros. En los escenarios de liquidación no se esperan ahorros fiscales y se asume que no se pueden trasladar quebrantos tributarios a otros sujetos. Se debe tener presente que el modelo numérico binomial se basa en el desarrollo el trabajo de Milanesi (2014). En el anexo se planteado el desarrollo matemático del mismo.

De esta forma, existen tres momentos condicionados por escenarios de insolvencia o continuidad. El primero es el valor terminal en el instante T , el segundo está dado por el intervalo $\{t < T; t \geq 1\}$, finalmente el valor actual es en el instante $t=1 \rightarrow 0$. El valor de la firma, condicionado en el horizonte T presenta el siguiente conjunto de ecuaciones para el caso de continuidad:

$$E_{(i,j)T} = [V_{(i,j)T} + EBIT_{(i,j)T} - IF_{(i,j)T} - D] + V_{(i,j)T}^{AF} \quad (8)$$

$$D_{(i,j)T} = IF_{(i,j)T} + D \quad (9)$$

³Un excelente tratamiento sobre las probabilidades neutrales al riesgo, su significado y correcta interpretación se pueden encontrar en Gissiger (2010).

$$V_{(i,j)T} = [V_{(i,j)T} + EBIT_{(i,j)T}] + V_{(i,j)T}^{AF} \quad (10)$$

En el caso de liquidación las ecuaciones quedan planteadas como:

$$E_{(i,j)T} = 0 \quad (11)$$

$$D_{(i,j)T} = (1-\alpha)(V_{(i,j)T} + EBIT_{(i,j)T}) \quad (12)$$

$$V_{(i,j)T} = (1-\alpha)(V_{(i,j)T} + EBIT_{(i,j)T}) \quad (13)$$

En los intervalos temporales intermedios, es decir $\{t < T; t \geq 1\}$, las ecuaciones para valorar la empresa en situación de solvencia son:

$$E_{(i,j)t} = [\tilde{E}_{(i,j)t} + EBIT_{(i,j)t} - C_{(i,j)t}] + V_{T-t}^{AF} \quad (14)$$

$$D_{(i,j)t} = IF_{(i,j)t} + e^{-rt} (pD_{(i,j)u} + 1 - pD_{(i,j)d}) \quad (15)$$

$$V_{(i,j)t} = [EBIT_{(i,j)t} + e^{-rt} (pV_{(i,j)u} + 1 - pV_{(i,j)d})] + V_{T-t}^{AF} \quad (16)$$

La liquidación de la firma es capturada por las siguientes expresiones,

$$E_{(i,j)t} = 0 \quad (17)$$

$$D_{(i,j)t} = (1-\alpha)(V_{(i,j)t} + EBIT_{(i,j)t}) \quad (18)$$

$$V_{(i,j)t} = (1-\alpha)(V_{(i,j)t} + EBIT_{(i,j)t}) \quad (19)$$

Finalmente, el valor de la firma y capital propio en $t=0$ es obtenido una vez calculados los valores finales (T , punto (II)) e intermedios ($t < T; t \geq 1$ punto (III)), condicionados por los escenarios (continuación-liquidación). Se trabaja a partir del periodo de tiempo $t=1$ hasta $t=0$; ($t=1 \rightarrow 0$),

$$E_0 = e^{-rt} \left\{ \left[p(\tilde{E}_{(i,j)t} + EBIT_{(i,j)t} - C_{(i,j)t} + V_{T-t}^{AF}) \right] + \left[1 - p(\tilde{E}_{(i,j)t} + EBIT_{(i,j)t} - C_{(i,j)t} + V_{T-t}^{AF}) \right] \right\} \quad (20)$$

$$D_0 = e^{-rt} (pD_{(i,j)t} + 1 - pD_{(i,j)t}) \quad (21)$$

$$V_0 = e^{-rt} \left\{ \left[p(\tilde{E}_{(i,j)t} + EBIT_{(i,j)t} + V_{T-t}^{AF}) \right] + \left[1 - p(\tilde{E}_{(i,j)t} + EBIT_{(i,j)t} + V_{T-t}^{AF}) \right] \right\} \quad (22)$$

En esta instancia se obtiene el valor esperado de la firma y del capital propio condicionado a situaciones de insolvencia e incorporando contingentemente valores de ahorro fiscal.

3. Metodología

El modelo desarrollado formalmente en el apartado precedente, será analizado aplicando el enfoque metodológico de estudio de casos. Este no debe confundirse con la clásica herramienta pedagógica empleada en administración conocida como análisis de casos (Castro Monge, 2010). El análisis de casos busca revisar algún aspecto con-

creto en la organización con vista a fomentar el debate. Por el contrario, la metodología de estudio de casos, partiendo de las relaciones teóricas contenidas en la teoría, tiene por fin establecer proposiciones teóricas destinadas a sostener y ampliar el modelo estudiado. En este caso, las relaciones se encuentran contenidas en el marco de la valuación de empresas, en particular mediante el enfoque de pagos contingentes contenidos en la teoría de opciones reales.

Para ello, se parte de una empresa hipotética cuyo *EBIT* asciende a valor actual de \$100⁴, con un costo del capital (k_c) del 10%, volatilidad del resultado (σ) del 35% y tasa libre de riesgo (r) 5%. El costo financiero de la deuda se mantiene fijo en un 10%, el valor actual de la deuda asciende a \$100 y la alícuota marginal de impuesto a las ganancias es del 35%. Adicionalmente, se supone que el ratio de endeudamiento se mantiene estable en términos absolutos, ascendiendo al 45% del valor intrínseco de la empresa en $t=0$, mientras que el valor intrínseco inicial de la firma es $V=\$1.000$, por lo tanto $D = \$450$. En el caso de liquidación de la empresa por insolvencia, se supone que los costos de quiebra (α) originados en la reorganización empresarial ascienden al 3% del valor de los activos, al momento de la disolución⁵. Además, el ratio de flujos de fondos (RFF) asciende a 10%. En la siguiente sección serán aplicados los modelos y analizados los resultados obtenidos, tanto para la determinación y valuación de ahorros fiscales contingentes, como para el modelo numérico binomial.

4. Resultados

En esta sección se presentan los principales resultados al aplicar el modelo a partir del caso hipotético enunciado en la sección anterior. Además del estudio de las relaciones funcionales, son comparados los resultados del modelo y la versión tradicional del descuento de flujos de fondos, obtenidos mediante análisis de sensibilidad sobre el grado

de apalancamiento financiero.

4.1. El valor del ahorro fiscal como una canasta de opciones

Para ilustrar el tratamiento de los ahorros fiscales como una canasta de opciones, la [tabla 1](#) presenta el resultado de la opción sensibilizando el *EBIT* de la firma.

Las tres últimas columnas de la [tabla 1](#) integran el flujo de pagos de la cartera de opciones que replica el valor del ahorro fiscal. En la cuarta columna son presentados los valores de la primer opción, $C(0)_T = \max(EBIT \times \tau; 0)$. La quinta columna expone la posición corta en el *call*, con ejercicio igual al valor de los intereses, $C(IF)_T = \min((EBIT) \times \tau; (IF) \times \tau)$ ⁶. Finalmente, en la sexta columna son expuestos los posibles resultados producto del ahorro fiscal. Por otra parte, surgen de la cartera de opciones la posición larga y corta sobre un *call*, con diferentes precios de ejercicio $X_1 = 0$; $X_2 = IF$. Cabe destacar que el techo de la cartera es activado por la posición corta. La [figura 1](#) grafica el comportamiento del ahorro fiscal como canasta de opciones.

A continuación se desarrolla el proceso recursivo contenido en las ecuaciones 6 y 7. Para estimar el valor de los ahorros fiscales esperados, primero se debe proyectar el *EBIT* con un proceso aritmético browniano, aplicando el tradicional modelo binomial. En este caso, los valores correspondientes a los coeficientes de ascenso y descenso son $u = e^{\sigma} = 1,490$ y $d = e^{-\sigma} = 0,7046$. La expresión utilizada es la siguiente⁷:

$$EBIT_{t(i,j)} = EBIT_{t-1(i,j)} + (\Delta u), EBIT_{t-1(i,j)} - (\Delta d) \quad (22)$$

En la ecuación precedente, las variaciones $\Delta u = u \times EBIT_0$ y $\Delta d = d \times EBIT_0$ son constantes a lo largo del intervalo de proyección. Los resultados son expuestos en la [tabla 2](#).

⁶ La quinta columna representa el impuesto neto a pagar, y la sexta, es el valor de la opción que surge por diferencia entre el impuesto operativo (cuarta columna) y el impuesto neto (quinta columna).

⁷ En el caso de un proceso geométrico browniano la expresión es $EBIT_{t(i,j)} = EBIT_{t-1(i,j)} \times u + EBIT_{t-1(i,j)} - d$

Tabla 1. Resultados de la opción de valoración de ahorro fiscal

Escenarios	EBIT	IF	Pay off 1	Pay off 2		C(AF)=C(0)-c(IF)
			$c=\max(E*T,0)$	$c=si[E>IF,\min(E*t,IF*t)]$		
1	\$ -10,00	\$ 10,00	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
2	\$ -	\$ 10,00	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
3	\$ 1,79	\$ 10,00	\$ 0,63	\$ -	\$ -	\$ 0,63
4	\$ 4,50	\$ 10,00	\$ 1,58	\$ -	\$ -	\$ 1,58
5	\$ 7,50	\$ 10,00	\$ 2,63	\$ -	\$ -	\$ 2,63
6	\$ 20,00	\$ 10,00	\$ 7,00	\$ 3,50	\$ 3,50	\$ 3,50
7	\$ 30,00	\$ 10,00	\$ 10,50	\$ 3,50	\$ 7,00	\$ 3,50
8	\$ 40,00	\$ 10,00	\$ 14,00	\$ 3,50	\$ 10,50	\$ 3,50
9	\$ 50,00	\$ 10,00	\$ 17,50	\$ 3,50	\$ 14,00	\$ 3,50
10	\$ 60,00	\$ 10,00	\$ 21,00	\$ 3,50	\$ 17,50	\$ 3,50
11	\$ 70,00	\$ 10,00	\$ 24,50	\$ 3,50	\$ 21,00	\$ 3,50

Fuente: elaboración propia.



Figura 1. Perfil de resultados correspondiente a la canasta de opciones que replica el valor del ahorro fiscal. Fuente: elaboración propia.

Tabla 2. Proyección del EBIT según proceso aritmético browniano

0	1	2	3	4	5
\$ 100,00	\$ 141,91	\$ 183,81	\$ 225,72	\$ 267,63	\$ 309,53
	\$ 70,47	\$ 112,38	\$ 154,28	\$ 196,19	\$ 238,10
		\$ 40,94	\$ 82,84	\$ 124,75	\$ 166,66
			\$ 11,41	\$ 53,31	\$ 95,22
				\$ -18,12	\$ 23,78
					\$ -47,66

Fuente: elaboración propia.

Posteriormente, se procedió a obtener los insumos que el modelo necesita para aplicar las ecuaciones 6 o 7, con el fin de calcular el valor del ahorro fiscal. La **tabla 3** presenta los valores terminales ($t=5$) de la posición larga en el *call* con precio de ejercicio $X=0$.

Tabla 3. Proyección de los valores terminales en cada nodo para la posición larga en el *call*

0	1	2	3	4	5
\$ 35,00	\$ 49,67	\$ 64,33	\$ 79,00	\$ 93,67	\$ 108,34
	\$ 24,66	\$ 39,33	\$ 54,00	\$ 68,67	\$ 83,33
		\$ 14,33	\$ 29,00	\$ 43,66	\$ 58,33
			\$ 3,99	\$ 18,66	\$ 33,33
				\$ -	\$ 8,32
					\$ -

Fuente: elaboración propia.

La **tabla 4** expone los valores terminales correspondientes a la posición corta en el *call*, con precio de ejercicio $X=IF$.

Tabla 4. Proyección de los valores terminales en cada nodo para la posición corta en el *call*

0	1	2	3	4	5
\$ 12,60	\$ 12,60	\$ 12,60	\$ 12,60	\$ 12,60	\$ 12,60
	\$ 12,60	\$ 12,60	\$ 12,60	\$ 12,60	\$ 12,60
		\$ 12,60	\$ 12,60	\$ 12,60	\$ 12,60
			\$ -	\$ 12,60	\$ 12,60
				\$ -	\$ -
					\$ -

Fuente: elaboración propia.

Las tablas 3 y 4 presentan, en cada uno de los nodos,

el evento contingente de manera desagregada. A continuación, la **tabla 5** expone la rejilla con el impuesto a pagar proyectado en cada nodo.

Tabla 5. Proyección de los valores terminales correspondientes al impuesto a pagar proyectado

0	1	2	3	4	5
\$ 22,40	\$ 37,07	\$ 51,73	\$ 66,40	\$ 81,07	\$ 95,74
	\$ 12,06	\$ 26,73	\$ 41,40	\$ 56,07	\$ 70,73
		\$ 1,73	\$ 16,40	\$ 31,06	\$ 45,73
			\$ 3,99	\$ 6,06	\$ 20,73
				\$ -	\$ 8,32
					\$ -

Fuente: elaboración propia.

El valor contingente terminal correspondiente al ahorro fiscal terminal, en cada nodo $(C(AF)_{T-t(i,j)} = C(O)_{T-t(i,j)} - C(IF)_{T-t(i,j)})$, surge por la diferencia entre los valores proyectados correspondientes al impuesto operativo (**tabla 3**) y el impuesto a pagar proyectado estimado (**tabla 5**). La **tabla 6** sirve de antecala para calcular el valor actual contingente de las corrientes de ahorros fiscales aplicando las ecuaciones 6 y 7. Previamente es importante calcular los coeficientes equivalentes ciertos, $p = (e^{rt} - d) / (u - d)$ como su complemento $1 - p$. En este caso ascienden a $p=0,4851$ y $1-p=0,5148$.

Tabla 6. Proyección de los valores terminales correspondientes al ahorro fiscal

0	1	2	3	4	5
\$ 12,60	\$ 12,60	\$ 12,60	\$ 12,60	\$ 12,60	\$ 12,60
	\$ 12,60	\$ 12,60	\$ 12,60	\$ 12,60	\$ 12,60
		\$ 12,60	\$ 12,60	\$ 12,60	\$ 12,60
			\$ -	\$ 12,60	\$ 12,60
				\$ -	\$ -
					\$ -

Fuente: elaboración propia.

Como todo modelo de valuación, uno de los supuestos fuertes consiste en asumir que el valor del ahorro fiscal en $t(i,j)=T(i,j)$ sigue el comportamiento de una perpetuidad sin crecimiento $V_{t(i,j)}^{AF} = C(AF)_{T-t(i,j)} / r$. La **tabla 7** presenta el valor del ahorro fiscal para cada nodo, y el valor actual de todos los nodos.

Tabla 7. Estimación del valor del ahorro fiscal

0	1	2	3	4	5
\$ 210,65	\$ 238,66	\$ 252,88	\$ 252,60	\$ 252,31	\$ 252,00
	\$ 179,51	\$ 223,28	\$ 252,60	\$ 252,31	\$ 252,00
		\$ 130,41	\$ 192,16	\$ 252,31	\$ 252,00
			\$ 59,48	\$ 128,90	\$ 252,00
				\$ -	\$ -
					\$ -

Fuente: elaboración propia.

En este caso, el valor actual de los ahorros fiscales asciende a \$210,65, una cifra sensiblemente superior a su estimación determinística \$157,5 (ecuación 2). Este es un resultado propio de un enfoque de opciones, que permite capturar la totalidad de escenarios contingentes proyec-

tados. Para ilustrar el funcionamiento del modelo y las principales diferencias con los resultados que arrojan las ecuaciones 1 y 2, se sensibiliza la razón de endeudamiento y la tasa de interés. De esta forma, la **tabla 8** presenta los resultados del análisis de sensibilidad correspondiente a las ecuaciones 6 y 7 (ahorro fiscal con opciones - AFO).

Por otra parte, la **tabla 9** aplica análisis de sensibilidad, suponiendo ahorro fiscal determinístico (AFD) (ecuaciones 1 y 2). En este caso, la tasa de actualización empleada es la libre de riesgo, mientras que los intereses reconocen el costo de deuda (k_i) del 8%.

A partir de lo anterior, queda manifestada la diferencia entre los enfoques, la cual reside en el carácter contingente que debe otorgársele a la valuación del ahorro fiscal. Más allá de la cuestión matemática, el enfoque de opciones arroja un valor resumen de los posibles futuros no determinísticos. Por el contrario, la concepción clásica supone determinismo en la estimación del valor del ahorro fiscal (ecuación 2); por lo tanto, la existencia de riesgo o su prescindencia dependerá de la tasa empleada (Modigliani y Miller, 1963; Miles y Ezzell, 1985; Fernández, 2014). No se debe perder de vista que, *ceteris paribus*, el conjunto de variables macroeconómicas que explican ahorros fiscales, se condicionan a la existencia de resultados imponibles. Dado lo anterior, la **Figura 2** grafica la relación entre ahorros fiscales, calculados con ambos enfoques y la evolución del endeudamiento.

La curva exponencial es la que mejor ajusta los datos en el modelo AFO y la lineal para explicar la evolución del AFD, en relación a la deuda. Nuevamente para ambos se confirma la misma lógica, sin considerar riesgos de insolvencia, el incremento del apalancamiento financiero presenta una relación positiva con los ahorros fiscales.

En el modelo AFO la forma funcional es exponencial, producto de la asimetría positiva de las opciones reales ante variaciones positivas de variables directamente relacionadas con la prima⁸. En el caso de AFD, por su carácter determinístico se ajusta a relaciones lineales. Por lo tanto,

⁸ En este caso, la variable es el endeudamiento y la prima el valor del ahorro fiscal.

Tabla 8. Resultados del análisis de sensibilidad ecuaciones 6 y 7

\$ 210,65	20%	30%	45%	50%	70%	100%
4%	\$ 54,57	\$ 81,37	\$ 122,05	\$ 135,61	\$ 163,84	234,057211
8%	\$ 108,49	\$ 140,43	\$ 210,65	\$ 234,06	\$ 318,73	441,614962
12%	\$ 140,43	\$ 210,65	\$ 307,35	\$ 341,50	\$ 453,93	377,356408
20%	\$ 234,06	\$ 341,50	\$ 486,36	\$ 365,28	\$ 425,23	194,85528

Fuente: elaboración propia.

Tabla 9. Resultados del análisis de sensibilidad ecuaciones 1 y 2

\$ 252,00	20%	30%	45%	50%	70%	100%
4%	\$ 56,00	\$ 84,00	\$ 126,00	\$ 140,00	\$ 196,00	\$ 280,00
8%	\$ 112,00	\$ 168,00	\$ 252,00	\$ 280,00	\$ 392,00	\$ 560,00
12%	\$ 168,00	\$ 252,00	\$ 378,00	\$ 420,00	\$ 588,00	\$ 840,00
20%	\$ 280,00	\$ 420,00	\$ 630,00	\$ 700,00	\$ 980,00	\$ 1.400,00

Fuente: elaboración propia.

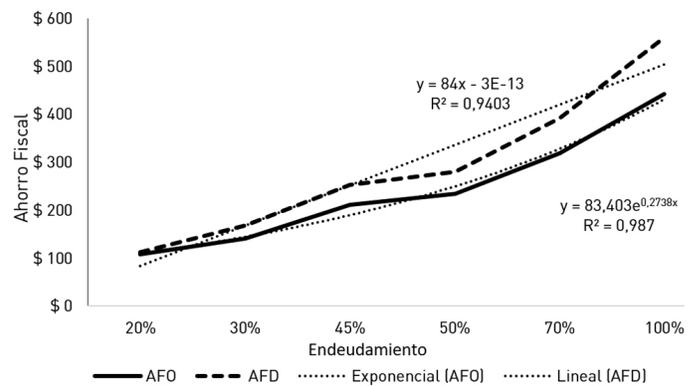


Figura 2. Evolución del ahorro fiscal en relación al endeudamiento de la firma enfoques AFO y AFD

Fuente: elaboración propia.

la **figura 3** supone fijo el nivel de endeudamiento (45% del valor del activo) y se concentra en la relación que existe entre el ahorro y la tasa de interés. Igual que en el caso anterior, la tendencia en AFO se ajusta perfectamente a un modelo exponencial y en AFD a un modelo lineal.

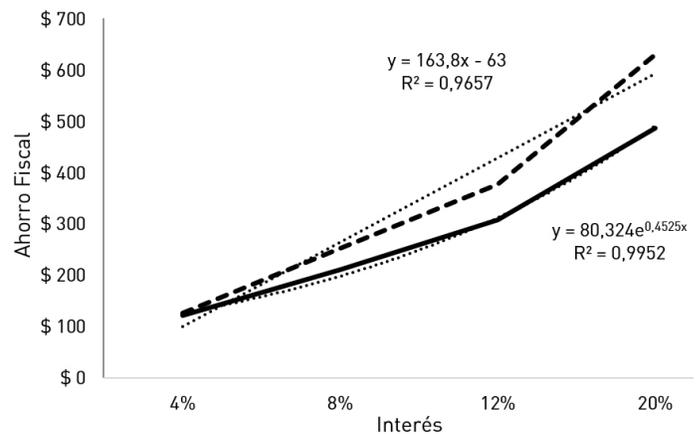


Figura 3. Evolución del ahorro fiscal en relación a la tasa de interés AFO y AFD

Fuente: elaboración propia.

4.2. El modelo binomial, liquidación de la firma y ahorros fiscales

En este apartado se analiza el modelo en su totalidad, donde se proyecta el valor de la firma y el valor del escudo fiscal. La tabla 10 desarrolla la primera rejilla binomial, donde en la primera fila de cada nodo se proyecta el valor de la firma (V) según ecuación la A.1 (anexos). Los coeficientes de ascenso y descenso son los empleados en el apartado 4.1, diferenciándose por el hecho de que el valor de la firma sigue un proceso geométrico. La segunda fila de cada nodo proyecta el EBIT, bajo un proceso aritmético browniano conforme se desarrolló en la tabla 2. La tercera fila del nodo presenta el valor de la deuda según ecuación A.2 (anexos).

En la tabla 11 son calculados los valores resultantes de aplicar las ecuaciones A.3, A.4 y A.5 (anexos), esto es el valor del capital propio (E), deuda (D) y empresa (V) no condicionado a ningún evento de liquidación.

La tabla 11 constituye el insumo para estimar el valor de la firma condicionado a las probabilidades de insolvencia, computando el ahorro fiscal. Con dicha información se está en condiciones de construir la tercera rejilla expuesta en la tabla 12. En efecto, primero se debe estimar el valor de la firma en el horizonte T, los pares de ecuaciones que se activan por fila son: capital propio⁹ (ec.8-continuidad); (ec.11-liquidación); deuda¹⁰ (ec.9-continuidad; ec.12-liquidación); empresa¹¹ (ec.10-continuidad; ec.13-liquidación).

Los valores estimados recursivamente en el segmento intermedio $1 < t < T$ son: capital propio¹² (ec.14-continuidad;

ec.17-liquidación); deuda¹³ (ec.15-continuidad; ec.18-liquidación); empresa¹⁴ (ec.16-continuidad; ec.19-liquidación).

Finalmente, en $t=1 \rightarrow 0$, las ecuaciones 20 (capital propio), 21 (deuda) y 22 (valor de la empresa) se aplican de manera recursiva. Los valores obtenidos se presentan en la tabla 12.

Del análisis de sensibilidad y suponiendo la tasa constante (tabla 13), el tradicional modelo de Modigliani y Miller (MM)¹⁵ arroja un valor creciente a medida que aumenta el apalancamiento financiero de la firma. En cambio, el modelo binomial mantiene el valor de la firma constante, presentando una leve tendencia negativa producto del incremento de la probabilidad de insolvencia.

La figura 4 expone el comportamiento indicado, la forma funcional del valor para el modelo binomial es exponencial del tipo $V_t = V_u e^{-bd}$. En el caso del modelo tradicional la tendencia se explica por una curva del tipo $V_t = V_u + bd$.

Los resultados obtenidos indican que el modelo binomial determina el valor de la firma en función a la evolución del EBIT y la capacidad de repago de la deuda. De esta forma, el valor estimado surge por condicionarse a probabilidades de insolvencia y consecuente liquidación. Además, ajusta el impacto positivo del valor contingente del ahorro fiscal a los potenciales escenarios, en particular de no ganancia. La tabla 14 muestra el impacto porcentual del ahorro fiscal sobre el valor de la firma, a medida que aumenta el apalancamiento.

⁹ La función lógica empleada en el aplicativo Microsoft Excel ® es para T es $E = +SI(V+EBIT >= D; (V+EBIT-D); 0) + AF$

¹⁰ La función lógica empleada en el aplicativo Microsoft Excel ® es para T es $D = +SI(V+EBIT >= D; D; (1-a)*(V+EBIT))$

¹¹ La función lógica empleada en el aplicativo Microsoft Excel ® es para T es $V = +SI(V+EBIT >= D; V+EBIT; (1-a)*(V+V)) + AF$

¹² La función lógica empleada en el aplicativo Microsoft Excel ® es para t, es $E = +SI(V+ >= D; V+EBIT+AF-D; 0)$

¹³ La función lógica empleada en el aplicativo Microsoft Excel ® es para t es $D = +SI(V+EBIT >= D; D+IF; (1-a)*V+EBIT)$

¹⁴ La función lógica empleada en el aplicativo Microsoft Excel ® es para t es $V = +SI(V+EBIT >= IF; V+EBIT+AF; (1-a)*(V+EBIT))$

¹⁵ En este caso se utilizó el modelo VPA (valor presente ajustado) en donde el valor de la firma apalancada es igual $V_u + AF$. El ahorro fiscal se estimó con la ecuación 2, utilizando la tasa k, para estimar el interés y descontando al tipo sin riesgo la perpetuidad.

Tabla 10. Rejilla binomial valores proyectados V, EBIT y D.

0	1	2	3	4	5	
\$ 900,00	\$ 1.149,44	\$ 1.468,03	\$ 1.874,90	\$ 2.394,56	\$ 3.058,23	V
\$ 100,00	\$ 141,91	\$ 183,81	\$ 225,72	\$ 267,63	\$ 309,53	EBIT
\$ 36,00	\$ 36,00	\$ 36,00	\$ 36,00	\$ 36,00	\$ 486,00	D
	\$ 570,80	\$ 729,00	\$ 931,05	\$ 1.189,10	\$ 1.518,67	V
	\$ 70,47	\$ 112,38	\$ 154,28	\$ 196,19	\$ 238,10	EBIT
	\$ 36,00	\$ 36,00	\$ 36,00	\$ 36,00	\$ 486,00	D
		\$ 362,01	\$ 462,35	\$ 590,49	\$ 754,15	V
		\$ 40,94	\$ 82,84	\$ 124,75	\$ 166,66	EBIT
		\$ -	\$ 36,00	\$ 36,00	\$ 486,00	D
			\$ 229,59	\$ 293,23	\$ 374,50	V
			\$ 11,41	\$ 53,31	\$ 95,22	EBIT
			\$ 36,00	\$ 36,00	\$ 486,00	D
				\$ 145,61	\$ 185,97	V
				-\$ 18,12	\$ 23,78	EBIT
				\$ 36,00	\$ 486,00	D
					\$ 92,35	V
					-\$ 47,66	EBIT
					\$ 486,00	D

Fuente: elaboración propia.

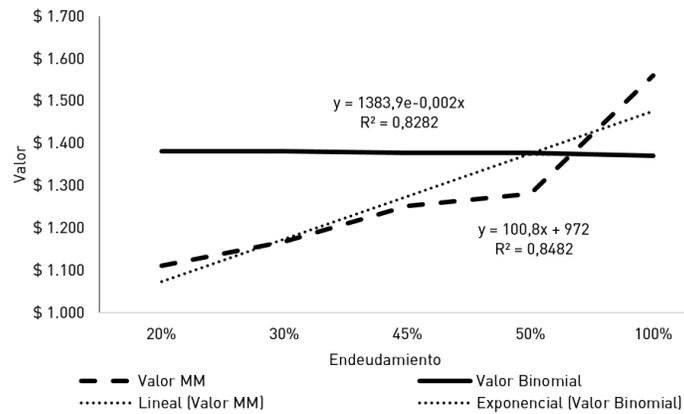


Figura 4. Evolución del valor modelo binomial y tradicional
 Fuente: elaboración propia.

Tabla 11. Rejilla binomial valores proyectados E, D y V no condicionados

0	1	2	3	4	5	
\$ 459,67	\$ 700,47	\$ 1.042,15	\$ 1.520,46	\$ 2.191,96	\$ 3.133,77	E
\$ 320,93	\$ 375,06	\$ 414,74	\$ 439,75	\$ 462,30	\$ 486,00	D
\$ 780,60	\$ 1.075,53	\$ 1.456,88	\$ 1.960,21	\$ 2.654,26	\$ 3.619,77	V
	\$ 278,54	\$ 448,25	\$ 695,20	\$ 1.039,10	\$ 1.522,77	E
	\$ 301,87	\$ 375,03	\$ 432,47	\$ 462,30	\$ 486,00	D
	\$ 580,41	\$ 823,28	\$ 1.127,67	\$ 1.501,40	\$ 2.008,77	V
		\$ 146,36	\$ 260,18	\$ 440,37	\$ 686,81	E
		\$ 262,99	\$ 358,26	\$ 447,42	\$ 486,00	D
		\$ 409,34	\$ 618,44	\$ 887,79	\$ 1.172,81	V
			\$ 53,67	\$ 116,30	\$ 252,00	E
			\$ 199,40	\$ 309,91	\$ 455,63	D
			\$ 253,07	\$ 426,21	\$ 707,63	V
				\$ -	\$ -	E
				\$ 115,13	\$ 203,46	D
				\$ 115,13	\$ 203,46	V
					\$ -	E
					\$ 43,35	D
					\$ 43,35	V

Fuente: elaboración propia.

Tabla 12. Rejilla binomial valores proyectados E, D y V condicionados

t=0	1<t<T	2	3	4	T	
0	1	2	3	4	5	
\$ 987,29	\$ 1.045,03	\$ 1.442,84	\$ 1.962,78	\$ 2.675,90	\$ 3.133,77	E
\$ 389,41	\$ 411,06	\$ 450,74	\$ 475,75	\$ 498,30	\$ 486,00	D
\$ 1.376,70	\$ 1.456,09	\$ 1.893,58	\$ 2.438,54	\$ 3.174,20	\$ 3.619,77	V
	\$ 492,52	\$ 747,91	\$ 1.066,09	\$ 1.451,60	\$ 1.522,77	E
	\$ 337,87	\$ 411,03	\$ 468,47	\$ 498,30	\$ 486,00	D
	\$ 830,39	\$ 1.158,94	\$ 1.534,56	\$ 1.949,90	\$ 2.008,77	V
		\$ 317,71	\$ 499,19	\$ 781,43	\$ 686,81	E
		\$ 262,99	\$ 394,26	\$ 483,42	\$ 486,00	D
		\$ 580,70	\$ 893,45	\$ 1.264,85	\$ 1.172,81	V
			\$ 88,56	\$ 262,50	\$ 252,00	E
			\$ 89,67	\$ 152,30	\$ 455,63	D
			\$ 323,96	\$ 608,42	\$ 707,63	V
				\$ -	\$ -	E
				\$ 123,12	\$ 203,46	D
				\$ 123,66	\$ 203,46	V
					\$ -	E
					\$ 43,35	D
					\$ 43,35	V

Fuente: elaboración propia.

Tabla 13. Sensibilidad de valores modelos valoración binomial (VB) y MM en relación con el apalancamiento

ki=8%	20%	30%	45%	50%	100%
MM	\$ 1.112,00	\$ 1.168,00	\$ 1.252,00	\$ 1.280,00	\$ 1.560,00
VB	\$ 1.380,22	\$ 1.380,22	\$ 1.376,70	\$ 1.376,70	\$ 1.370,19

Fuente: elaboración propia.

Tabla 14. Relación ahorro fiscal-valor de la firma

AF/V	20%	30%	45%	50%	100%
MM	11,2%	16,8%	25,2%	28,0%	56,0%
VB	7,9%	10,2%	15,3%	17,0%	23,3%

Fuente: elaboración propia.

Nuevamente, la [tabla 14](#) confirma que el impacto del ahorro fiscal es menor en el modelo binomial, producto de la reducción de la base imponible e incremento de posibilidades de insolvencia.

5. Conclusiones

El trabajo presentó un modelo numérico experimental que otorga un tratamiento contingente al valor actual derivado de los ahorros fiscales y condiciona el valor de los activos a las posibilidades de liquidación de la empresa. La clave reside en adaptar el enfoque de opciones, en virtud a su tratamiento de los contingentes escenarios futuros de continuidad o liquidación de la firma. Los hechos futuros son producto de la evolución de los resultados operativos, condicionando el pago de la deuda y la existencia de ahorros fiscales. Por ende, es difícil o vagamente ajustado a la realidad suponer linealidad en el comportamiento del valor de la firma, como si lo hace el modelo de descuento de flujos de fondos, en sus versiones tradicionales.

Respecto de los ahorros fiscales, su valor está condicionado por variables como la magnitud y presencia de resultados imposables, valor del impuesto a las ganancias operativo e intangibilidad de las normas tributarias. En este aspecto, el debate en materia financiera es profundo con dos posiciones extremas destacadas, como la propuesta de [Modigliani y Miller \(1963\)](#) o Miles y Ezzell ([1980, 1985](#)) y diferentes matices que cobran las propuestas intermedias. En el presente trabajo se propone estimar el valor del ahorro fiscal como una cartera de opciones. Su valor contingente es representado por una combinación entre una posición larga y una posición corta en un *call*, con diferentes precios de ejercicio e igual fecha de vencimiento. El enfoque permite:

a) Asignar un tratamiento contingente a los ahorros fiscales futuros, condicionados a la existencia de escenarios que permitan la deducibilidad de intereses.

b) Evitar el debate sobre la tasa de actualización debido a que el enfoque de opciones utiliza la tasa libre de riesgo y el ajuste se practica en los flujos.

Finalmente, se ha desarrollado un modelo binomial de valoración que integra el tratamiento como canasta de opciones de los ahorros fiscales con los escenarios de continuidad y liquidación. Esto permite generar una función de

valor exponencial, propio del proceso geométrico y aritmético browniano al que evoluciona el valor y los resultados operativos, como de la asimetría de los modelos de opciones. Los resultados obtenidos en el análisis de sensibilidad, evidencian el impacto atenuado del valor actual de los ahorros fiscales sobre el valor actual de la firma. Este comportamiento es el resultado de considerar los estados contingentes.

No se debe perder de vista que valuar una empresa constituye un trabajo intelectual, la complejidad de variables interrelacionadas condicionadas a futuros escenarios, se reducen a un valor esperado y dispersión relativa sobre este, para la toma de decisiones. Es por ello que el modelo utilizado debe incorporar la contingencia de los futuros que condicionan el valor de la firma.

Conflicto de intereses

El autor declara no tener ningún conflicto de intereses.

Anexos

Desarrollo del modelo binomial con escenarios de continuidad-liquidación.

a) Proyección del valor no apalancado de la firma: son proyectados los *EBIT* suponiendo un proceso estocástico aritmético browniano, conforme se desarrolló en la sección 2.1. Seguidamente se proyecta el valor de la firma sin apalancamiento $[V_u]$ ¹⁶ asumiendo un proceso geométrico browniano. El valor proyectado de la firma $V_{i,j,t-1}$, correspondiente al periodo anterior se ajusta por el ratio de flujo de fondos esperados (RFF) ([Brandao, Dyer y Hahn, 2005](#); [Smith, 2005](#)).

$$[V_{i,t-1} \times (1-RFF)] \times u; [V_{j,t-1} \times (1-RFF)] \quad (A.1)$$

b) Valor de la deuda: se proyecta una rejilla binomial donde en cada nodo se calcula el flujo correspondiente a la deuda. Para simplificar el modelo, el pasivo de la firma se supone un bono americano, con pagos periódicos de interés (*IF*) y cancelación del principal al final de la vida del bono (*D*).

$$IF = i \times D \quad (A.2)$$

El modelo se distingue de la propuesta contenida en [Milanesi \(2014\)](#), ya que el valor del ahorro fiscal se adiciona estimándolo mediante la ecuación 7.

c) Valor de los activos, deuda y capital propio sin condicionamiento: son calculados los valores correspondientes al capital propio (*E*), deuda (*D*) y valor total de la firma no apalancada, neto del *EBIT* (*V*). En *T*, el valor del capital propio (E_T) es la diferencia entre: la suma entre el valor final de la firma sin deuda (A.1), más el valor proyectado del *EBIT*, menos el valor del flujo de fondos de la deuda (A.2). Las ecuaciones para la resolución recursiva, con coeficientes

¹⁶ Un valor de los activos operativos totales de la empresa independientemente de su estructura de capital.

equivalentes ciertos $(p)^{17}$ son:

$$E = e^{-rt} (pE_{(i,t)} + 1 - pE_{(i,t)}) \quad (A.3)$$

$$D = e^{-rt} (pD_{(i,t)} + 1 - pD_{(i,t)}) \quad (A.4)$$

$$V = e^{-rt} (pV_{(i,t)} + 1 - pV_{(i,t)}) \quad (A.5)$$

d) Valor de los activos, deuda y capital propio con condicionamiento: en este caso son segregados los horizontes en tres momentos y una condición. Los momentos son: 1) horizonte final de proyección de la rejilla (T); 2) nodos intermedios ($t < T$; $t \geq 1$) y 3) momento inicial ($t=1 \rightarrow 0$). La condición es: a) $EBIT > IF$; b) $EBIT < IF$.

1) Valores condicionados en el horizonte final de proyección de la rejilla (T): si $V_{(i)T} + EBIT_{(i)T} \geq IF_{(i)T} + D$, entonces:

$$E_{(i)T} = [V_{(i)T} + EBIT_{(i)T} - IF_{(i)T} - D] + V_{(i)T}^{AF} \quad (A.6)$$

$$D_{(i)T} = IF_{(i)T} + D \quad (A.7)$$

$$V_{(i)T} = [V_{(i)T} + EBIT_{(i)T}] + V_{(i)T}^{AF} \quad (A.8)$$

Liquidación en T : si $V_{(i)T} + EBIT_{(i)T} < IF_{(i)T} + D$, se incorporan costos de transacción (α). Las expresiones son:

$$E_{(i)T} = 0 \quad (A.9)$$

$$D_{(i)T} = (1 - \alpha)(V_{(i)T} + EBIT_{(i)T}) \quad (A.10)$$

$$V_{(i)T} = (1 - \alpha)(V_{(i)T} + EBIT_{(i)T}) \quad (A.11)$$

2) Valores condicionados en nodos intermedios ($t < T$; $t \geq 1$): Si $\tilde{E}_{(i)t} + EBIT_{(i)t} \geq IF_{(i)t}$ las ecuaciones son:

$$E_{(i)t} = [\tilde{E}_{(i)t} + EBIT_{(i)t} - C_{(i)t}] + V_{(i)t}^{AF} \quad (A.12)$$

$$D_{(i)t} = IF_{(i)t} + e^{-rt} (pD_{(i)u} + 1 - pD_{(i)d}) \quad (A.13)$$

$$V_{(i)t}^{AF} = [EBIT_{(i)t} + e^{-rt} (pV_{(i)u} + 1 - pV_{(i)d}^{AF})] + V_{(i)t} \quad (A.14)$$

Si $\tilde{E}_{(i)t} + EBIT_{(i)t} < IF_{(i)t}$, entonces,

$$E_{(i)t} = 0 \quad (A.15)$$

$$D_{(i)t} = (1 - \alpha)(V_{(i)t} + EBIT_{(i)t}) \quad (A.16)$$

$$V_{(i)t} = (1 - \alpha)(V_{(i)t} + EBIT_{(i)t}) \quad (A.17)$$

3) Valores iniciales condicionados ($t=1 \rightarrow 0$)

$$E_0 = e^{-rt} \{ [p(\tilde{E}_{(i)1} + EBIT_{(i)1} - C_{(i)1} + V_{(i)1}^{AF})] + [1 - p(\tilde{E}_{(i)1} + EBIT_{(i)1} - C_{(i)1} + V_{(i)1}^{AF})] \} \quad (A.18)$$

$$D_0 = e^{-rt} (pD_{(i)1} + 1 - pD_{(i)1}) \quad (A.19)$$

$$V_0 = e^{-rt} \{ [p(\tilde{E}_{(i)1} + EBIT_{(i)1} + V_{(i)1}^{AF})] + [1 - p(\tilde{E}_{(i)1} + EBIT_{(i)1} + V_{(i)1}^{AF})] \} \quad (A.20)$$

Bibliografía

- Booth, L. (2002). Finding Value Where None Exists: Pitfalls in Using Adjusted Present Value. *Journal of Applied Corporate Finance*, 15(1), 8-17. <https://doi.org/10.1111/j.1745-6622.2002.tb00344.x>
- Booth, L. (2007). Capital Cash Flow, APV and Valuation. *European Financial Management*, 13(1), 29-48. <http://dx.doi.org/10.1111/j.1468-036X.2006.00284.x>
- Brandao, L., Dyer, J. y Hahn, W. (2005). Using Binomial Decision Trees to Solve Real Options Valuations Problems. *Journal of Decision Analysis*, (2), 69-88. <https://doi.org/10.1287/deca.1050.0040>
- Broadie, M. y Kaya, O. (2007). A Binomial Lattice Method for Pricing Corporate Debt and Modelling Chapter 11 Proceedings. *Journal of Finance and Quantitative Analysis*, 42(2), 279-312. <https://doi.org/10.1017/S002210900003288>
- Castro Monge, E. (2010). El estudio de casos como metodología de investigación y su importancia en la dirección y administración de empresas. *Revista Nacional de Administración*, 2(1), 31-54.
- Chance, D. (2007). A Synthesis of Binomial Option Pricing Models for Lognormally Distributed Assets. *Social Science Research Network - SSRN*. Recuperado el 11 de noviembre de 2011: <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.969834>
- Cooper, I. y Nyborg, K. (2006). The Value of Tax Shields IS Equal to the Present Value of Tax Shields. *Journal of Financial Economics*, 81, 215-225. <https://doi.org/10.1016/j.jfineco.2005.07.003>
- Copeland, T., Koller, K. y Murrin, J. (2000). *Valuation: Measuring and Managing the Value of Companies* (3 ed.). New York: Wiley.
- Cox, J., Ross, S. y Rubinstein, M. (1979). Option Pricing: A Simplified Approach. *Journal of Financial Economics*, 7, 229-263. [https://doi.org/10.1016/0304-405X\(79\)90015-1](https://doi.org/10.1016/0304-405X(79)90015-1)
- Damodaran, A. (2006). *Damodaran on Valuation* (2 ed.). New York: John Wiley & Sons.
- Farber, A., Gillet, R. y Szafarz, A. (2006). A General Formula for the WACC. *International Journal of Business*, 11(2), 211-218.
- Fernández, P. (2014). *Valoración de Empresas y Sensatez* (3 ed.). Barcelona: IESE Business School-Universidad de Navarra.
- Gisiger, N. (2010). Risk-Neutral Probabilities Explained. *Social Science Research Network-SSRN*. Recuperado el 19 de junio de 2014 de: <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1395390>
- Guimaraes Dias, M. (2015). *Análise de Investimentos com Opcoes Reais*. Rio de Janeiro: Editora Interciencia Ltda.
- Inselbag, I. y Kaufold, H. (1997). Two DCF Approaches for Valuing Companies under Alternative Financing Strategies and How to Choose between Them. *Journal of Applied Corporate Finance*, 10, 114-122. <https://doi.org/10.1111/j.1745-6622.1997.tb00132.x>
- León, A., Mencia, J. y Sentaria, E. (2007). Parametric Properties of Semiparametric Distributions, with application to Options Valuation. *Documento de Trabajo 0707, Banco de España*, 9-30.
- Milanesi, G. (2013). Asimetría y Curtosis en el Modelo Binomial para valora Opciones Reales: caso de aplicación para empresas de base tecnológica. *Estudios Gerenciales Journal of Management and Economics for Iberoamerica*, 29(128), 368-378. <https://doi.org/10.1016/j.estger.2013.09.011>
- Milanesi, G. (2014). Modelo Binomial para la Valoración de Empresas y los efectos de la Deuda: Escudo Fiscal y Liquidación de la Firma. *Journal of Economics, Finance and Administrative Science*, 19(36), 2-10. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jefas.2014.03.004>
- Miles, J. y Ezzell, J. (1980). The Weighted Average Cost of Capital, Perfect Capital Markets and Project Life: A Clarification. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 15, 719-730.
- Miles, J. y Ezzell, J. (1985). Reformulation Tax Shield Valuation: A note. *Journal of Finance*, 40, 1485-1492. <https://doi.org/10.2307/2330405>
- Modigliani, F. y Miller M. (1963). Corporate Income Taxes and the Cost of Capital: A Correction. *American Economic Review*, 53, 433-443.
- Oded, J. y Michel, A. (2007). Reconciling Valuation DCF Methodologies. *Journal of Applied Finance*, 17(2), 21-32.

¹⁷ Se supone que los coeficientes equivalentes ciertos (p) surgen de la volatilidad del subyacente, valor de la firma y estos son adoptados para valorar pasivo y capital propio.

- Ruback, R. (2002). Capital Cash Flows: A simple approach to valuing risky cash flows. *Financial Management*, 31(2), 85-103.
- Rubinstein, M. (1998). Edgeworth Binomial Trees. *Journal of Derivatives*, (5), 20-27.
- Smith, J. (2005). Alternative Approach for Solving Real Options Problems. *Decision Analysis*, (2), 89-102.
- Taggart, R. (1991). Consistent Valuation and Cost of Capital Expressions with Corporate and Personal Taxes. *Financial Management*, 20, 8-20.
- Tham, J. y Wonder, N. (2001). Unconventional wisdom on PSI, the appropriate discount rate for the tax shield. *Social Science Research Network-SSRN*. Recuperado el 25 de agosto de 2012: <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.282149>
- Tham, J. y Velez Pareja, I. (2001). The Correct Discount Rate for the Tax Shield: the N-Period Case. *Working Paper submitted to the European Financial Management Association*.
- Tham, J. y Wonder, N. (2002). Inter-temporal resolution of risk: The case of the tax shield. *Social Science Research Network-SSRN*. Recuperado el 18 de agosto de 2012: <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.308039>
- Velez Pareja, I. (2016). Tax shields, financial expenses and losses carried forward. *Cuadernos de Economía*, 35(69), 663-689. <http://dx.doi.org/10.15446/cuad.econ.v35n69.54352>